

移動境界適合座標系を用いた可動電極をもつMEMSバリヤブルキャパシタの数値解析

河野 幸平[†] 三浦 典之[†] 黒田 道子^{†a)}
 マノス テンジェリス^{††}

A Novel Numerical Approach for the Analysis of MEMS-Based Variable Capacitors with Moving Metallic Plates

Kohei KAWANO[†], Noriyuki MIURA[†], Michiko KURODA^{†a)}, and Manos TENTZERIS^{††}

あらまし RF通信の分野において、フィルタやコンデンサとして使用するMEMSデバイスが注目されている。MEMSデバイスの主な特徴は、低損失かつ、パラメータが可変である点であり、実用化に向け、様々な研究がなされている。その過渡的振舞いを数値計算により求めることは、MEMSデバイスの設計、開発のために強く望まれているが、可動部分をもつデバイスを過渡的現象を含めて解析する数値解析法はまだ確立されていない。ここでは、格子生成法に時間因子を導入し、運動する物理座標系から静止した正方格子で表される計算座標系へ座標変換し、FD-TD法を用いて数値解析を行う手法を提案する。振動する境界や運動する物体に適用できる移動境界適合座標系を用いて2枚の振動する電極をもつし型バリヤブルキャパシタの静電容量と可動速度との関係について解析を行い、その過渡的状態を求めることができた。

キーワード 移動境界適合座標系、MEMSデバイス、バリヤブルキャパシタ、可動電極、FD-TD法

1. ま え が き

RF-MEMSデバイス技術の開発が急速に進んでいる。その中でも位相シフタなどに使用されるスイッチやコンデンサは今後の大規模通信ネットワークの発展のために欠くことのできない素子となってきた。この中で、可動電極をもつバリヤブルキャパシタとして、機械的力と電気的力の組合せにより電極を振動させることで静電容量を変えるデバイスが注目されている。

現在は、実験を中心とした研究がなされているが[1],[2]、今後必要とされてくるのは、このようなデバ

イスの詳細な数値解析である。これらのデバイスは、可動部分をもつ点に特徴があり、このような可動電極をもつコンデンサの過渡的な振舞いを数値計算により求めることは、より効果的なMEMSデバイスの設計や開発のために必要である。しかし、現在の数値解析法では、可動する境界や運動する物体に対する電磁界解析に対しては限界がある。ここでは、可動部分をもつMEMSデバイスのうち可動電極をもつMEMSバリヤブルキャパシタの数値解析法を提案する。

これまで、振動する境界や運動する物体に対する電磁界問題についての解法は、理論解法が主としてなされてきているが[3]、これらの理論的解析法では任意形状や複雑な運動の問題に適用するには限界がある。また、今後より必要とされてくるのは、一般性をもつ問題であり数値解法を用いて直接解析できる手法が強く求められている。筆者らは格子生成法[4]に時間因子を導入した移動境界適合座標系を用いた数値解析法を提案し、電磁界問題等の解析を行ってきている[5]~[10]。

[†] 東京工科大学, 八王子市
 School of Engineering, Tokyo University of Technology,
 1404-1 Katakura, Hachioji-shi, 192-0982 Japan

^{††} ジョージア工科大学, 米国
 School of ECE, Georgia Institute of Technology, 777
 Atlantic Drive, Atlanta, GA, 30332-250 USA

a) E-mail: kuroda@cc.teu.ac.jp

これまで、この方法を用いて解析した結果は理論解析法による結果とよく一致している。この手法は、変換関数を用いたり、時間的に変化する形状や運動に対応した格子点をとることによって、運動する物理座標系から方形格子で表される静止した計算座標系の正方格子上に1対1の対応で座標変換を行った後、計算座標系で数値計算を行う点に特徴がある。また、筆者らはこの手法を可動部分をもつ MEMS デバイスの数値解析に適用することを提案し、数値解析を行ってきたが [11]~[14]、静電容量は格子上の1点で計算しており、また電極の運動方向は一定方向に限られていた。

ここでは、左右の電極が任意速度で任意方向に動くことのできる変換関数を導入し、2枚の可動電極をもつし型バリヤブルキャパシタの数値解析を行う。電極の運動速度と両電極間の静電容量との関係を求め、理論値との比較を行いこの手法の妥当性を証明してきた。更に、電極を可動させた場合の電界パターンを求め、その過渡的振舞いを明らかにすることができた。なお、振動速度が光速に比べて小さい場合を扱っているため、すべて準静止問題として解析を行った。

2. 移動境界適合座標系

任意形状における電磁界分布は、差分法、有限要素法、境界要素法により数値的に解析される。偏微分方程式を差分法によって数値計算する場合、格子が方形のときに差分化した式が最も単純になり、計算効率も向上する。しかし、実際の電磁界領域はほとんどの場合、複雑な形状をしており、格子が単純な方形になることは少ないか、あるいは方形にすると境界が必ずしも格子点にこない場合が多い。そこで、座標変換を用いて、複雑な形状を方形形状に変換し、差分化により解析するというのが格子生成法の考え方である [4]。

一方、解析する電磁界領域の境界が時間とともに移動したり、物体が界の中で変形したりする場合を解析するときには、境界に適合した座標は時々刻々変化している。そこで、格子生成法に時間因子を導入することで運動する境界を静止した計算座標系に座標変換することができる。物理座標系 (x, y, z, t) と計算座標系 (ξ, η, ζ, τ) を

$$x = x(\xi, \eta, \zeta, \tau) \quad (1)$$

$$y = y(\xi, \eta, \zeta, \tau) \quad (2)$$

$$z = z(\xi, \eta, \zeta, \tau) \quad (3)$$

$$t = t(\xi, \eta, \zeta, \tau) \quad (4)$$

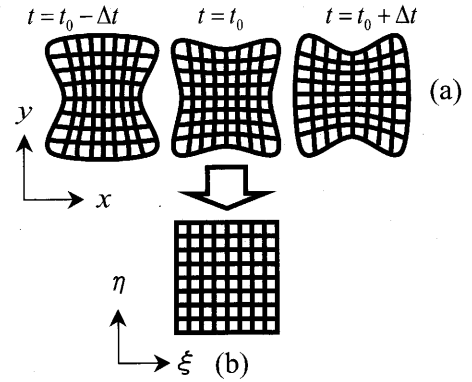


図1 物理座標系 (a) と計算座標系 (b)
Fig.1 Physical region(a) and computational region(b).

または、

$$\xi = \xi(x, y, z, t) \quad (5)$$

$$\eta = \eta(x, y, z, t) \quad (6)$$

$$\zeta = \zeta(x, y, z, t) \quad (7)$$

$$\tau = \tau(x, y, z, t) \quad (8)$$

のように、時間関数を含めて対応させると、時間の進行とともに移動する境界に適合して変化していく物理座標系 (移動境界適合座標系) を、静止した直交格子で表される計算座標系に対応させることができる。これが移動境界適合座標系である。

この方法を用いると、図1(a)のように境界の形状が時間とともに変化していく場合でも、図1(b)のような時間的に変化しない静止した直交格子上で変換された支配方程式を解けばよいことになる。この変換法に従うと、1次微分は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \\ \partial/\partial t \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \zeta \\ \partial/\partial \tau \end{bmatrix} \quad (9)$$

この逆変換は、以下の式で表される。

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \zeta \\ \partial/\partial \tau \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \\ \partial/\partial t \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 K と P は以下のように表される。

$$K = \begin{bmatrix} \partial\xi/\partial x & \partial\eta/\partial x & \partial\zeta/\partial x & \partial\tau/\partial x \\ \partial\xi/\partial y & \partial\eta/\partial y & \partial\zeta/\partial y & \partial\tau/\partial y \\ \partial\xi/\partial z & \partial\eta/\partial z & \partial\zeta/\partial z & \partial\tau/\partial z \\ \partial\xi/\partial t & \partial\eta/\partial t & \partial\zeta/\partial t & \partial\tau/\partial t \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$P = K^{-1} = \begin{bmatrix} \partial x/\partial\xi & \partial y/\partial\xi & \partial z/\partial\xi & \partial t/\partial\xi \\ \partial x/\partial\eta & \partial y/\partial\eta & \partial z/\partial\eta & \partial t/\partial\eta \\ \partial x/\partial\zeta & \partial y/\partial\zeta & \partial z/\partial\zeta & \partial t/\partial\zeta \\ \partial x/\partial\tau & \partial y/\partial\tau & \partial z/\partial\tau & \partial t/\partial\tau \end{bmatrix} \quad (12)$$

このように直交格子で表された計算座標系で、FD-TD法を用いて数値解析を行い、その結果を時間ごとに物理座標系に対応させれば、運動する境界や物体の解析を行うことができる。移動境界適合座標系をFD-TD法に適用した場合の、空間格子と時間格子の関係や解の安定性については文献 [7] で検証している。

3. 可動電極をもつMEMS バリヤブルキャパシタ

移動通信の発展とコンピュータの高速化に伴い、その低損失性、小型性などの特徴をもつMEMS技術が急速に発展してきている。ここでは、可動電極をもつMEMSデバイスの数値解析を行う。

一般的なMEMSバリヤブルキャパシタの構造モデルを図2に示す。MEMSバリヤブルキャパシタは図2のようにばねによる機械的な力とバイアス電圧により生じる電気的な力によって、電極間隔を振動させ静電容量を変えるものである [1],[2]。ここでは、これらの機械的、電気的な力から生じる電極の運動速度に注目し、運動速度とバリヤブルキャパシタの電極が可動する場合の過渡的な静電容量の関係について検討して

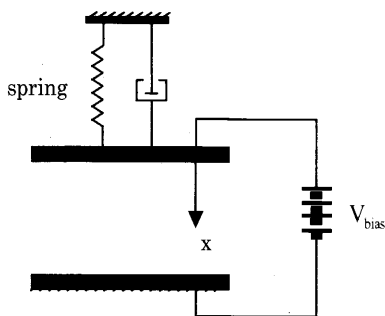


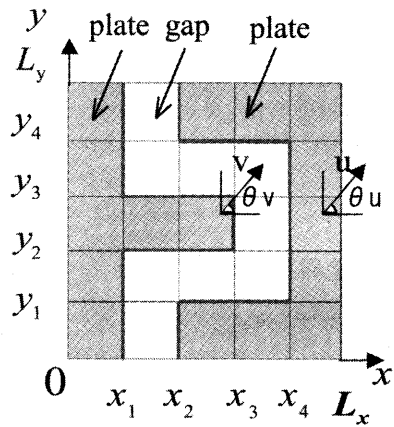
図2 MEMSバリヤブルキャパシタのモデル図
Fig. 2 Schematic of MEMS-based variable capacitor.

いく。

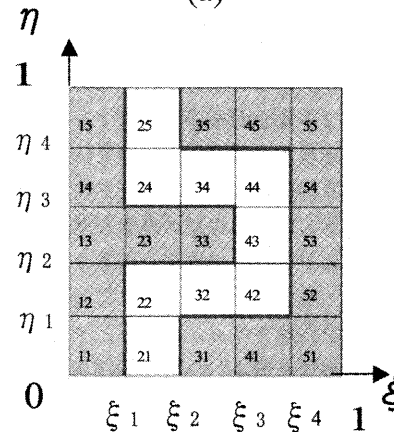
数値解析のモデルとして、図3のような可動する2枚のくし型金属電極を考え、2枚の電極が互いに任意方向へ等速運動する場合を仮定して計算を行う。くし型は、平行型に比べy方向の平板間隔を変えることで、静電容量を制御することができる特徴がある。2次元TM問題として以下の式を用いる。

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - J_x \right) \quad (14)$$



(a)



(b)

図3 可動電極をもつくし型MEMSバリヤブルキャパシタ：物理座標系(a)と計算座標系(b)

Fig. 3 MEMS-based variable capacitor with moving plates: Physical region(a) and computational region(b).

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} + J_y \right) \quad (15)$$

このとき、 ϵ 、 μ は各々誘電率と導電率を表す。ここでは、くし型をした導体部分が任意方向へ動く場合を仮定しているため、これらの方程式に対して、図 3(a) に示す物理座標系 (x, y, t) から、図 3(b) に示す計算座標系 (ξ, η, τ) へ変換式を用いて座標変換を行い、FD-TD 法を用いて数値解析を行う。

このとき、左側電極の速度を v 、運動方向を θ_v 、右側電極の速度を u 、運動方向を θ_u とすると、以下のような変換関数を用いることができる。

$$h_1(t) = x_1 + (v \cos \theta_v)t \quad (16)$$

$$h_2(t) = x_2 + (u \cos \theta_u)t \quad (17)$$

$$h_3(t) = x_3 + (v \cos \theta_v)t \quad (18)$$

$$h_4(t) = x_4 + (u \cos \theta_u)t \quad (19)$$

$$g_1(t) = y_1 + (u \sin \theta_u)t \quad (20)$$

$$g_2(t) = y_2 + (v \sin \theta_v)t \quad (21)$$

$$g_3(t) = y_3 + (v \sin \theta_v)t \quad (22)$$

$$g_4(t) = y_4 + (u \sin \theta_u)t \quad (23)$$

ここで、 $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$ は各くし型電極の初期位置とする。また、 $h_0(t) = 0, h_5(t) = L_x, g_0(t) = 0, g_5(t) = L_y$ である。式 (13)~(15) に対し、式 (16)~(23) を用いて座標変換を行う。このとき、領域を図 3 に示すように、25 に分けて座標変換を行うが、例えば、 $h_{n-1}(t), h_n(t), g_{m-1}(t), g_m(t)$ で囲まれる領域では、以下のような座標変換を行うことができる。

$$\xi = \alpha_{n-1} \frac{x - h_{n-1}(t)}{h_n(t) - h_{n-1}(t)} + \xi_{n-1} \quad (24)$$

$$\eta = \beta_{m-1} \frac{y - g_{m-1}(t)}{g_m(t) - g_{m-1}(t)} + \eta_{m-1} \quad (25)$$

$$\tau = t \quad (26)$$

ここで、 $n = 1, 2, 3, 4, 5, m = 1, 2, 3, 4, 5$ であり、 $\alpha_{n-1}, \beta_{m-1}$ は計算座標系の値を規格化するための係数である。上記に示す式を用いて座標変換を行い、FDTD 法により解析を行うことにより、くし型バリヤブルキャパシタの静電容量と運動速度の関係について詳しい数値データを得ることができる。ここでは、等速運動の場合を扱っているが、実際の運動である加速

度運動を含む動きについても静電容量との関係を検討していく予定である。

4. 数値結果

図 3(b) の計算座標系で数値解析を行い、その結果を物理座標系に再変換して結果を求める。

格子数は、 $200 \times 200, L = L_x = L_y = 5\lambda, \Delta x = \Delta y = \frac{L}{200}, \Delta t = \frac{L}{800c}$ として計算を行う。ここで、 λ は波長、 c は光速である。電極間の初期間隔は $\frac{L}{5}$ 、電極面積は $\frac{L}{5} \times 1$ とする。入射電流は J_x のみとし、両電極の中心点 $(\frac{140}{200}L, \frac{100}{200}L)$ より $\lambda = 40\Delta x$ の波長の正弦波を入射する。静電容量は、 $x_3 \leq x \leq x_4, y_2 \leq y \leq y_3$ で囲まれる領域内で計算を行った。ここでは、 x 軸方向へ両電極が互いに遠ざかる場合、 $\theta_v = 180^\circ, \theta_u = 0^\circ$ と近づく場合、 $\theta_v = 0^\circ, \theta_u = 180^\circ$ について計算を行った。最初に、静電容量と可動速度の関係を求める。このとき、静電容量は、各格子点での値 [15] を両電極間で積分して求めた。 $t=20$ step から $t=60$ step の間、両電極が $v = -u = -8 \times 10^{-3}c$ から $v = -u = 6 \times 10^{-3}c$ の等速度で x 軸方向に動く場合を仮定して両電極を可動させた場合の静電容量求めた。 $t=50$ step における解析結果を図 4 に示す。横軸は、光速 c で規格化した電極の運動速度、縦軸は過渡的な静電容量を示している。横軸で、負の速度は、電極が遠ざかる場合を正の速度は電極が近づく場合を表している。この図より、電極間隔が近づくにつれて、静電容量の値が大きくなり、遠ざかる場合は、静電容量が小さくなっているのがわかる。以上のようにして、電極の運動速度と静電

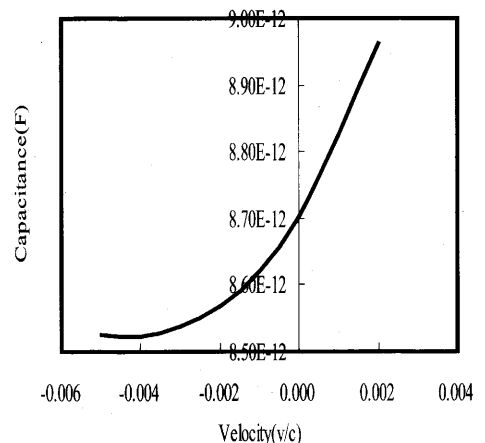


図 4 静電容量と可動速度
Fig. 4 Capacitance vs velocity.

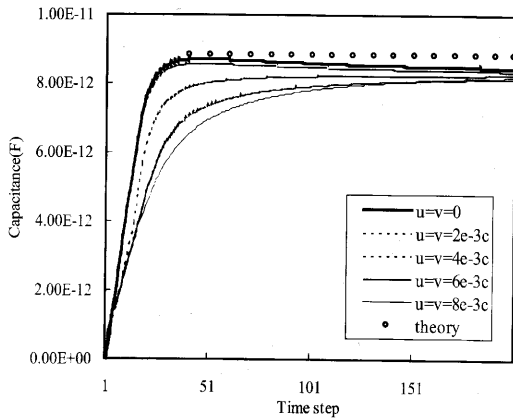


図5 $t=0$ time-step から $t=60$ time-step まで両電極を遠ざかる方向へ動かした場合の各速度に対する過渡的な静電容量

Fig. 5 Time dependence of transient capacitance for each velocity, where plates go away from $t=0$ time-step to $t=60$ time-step.

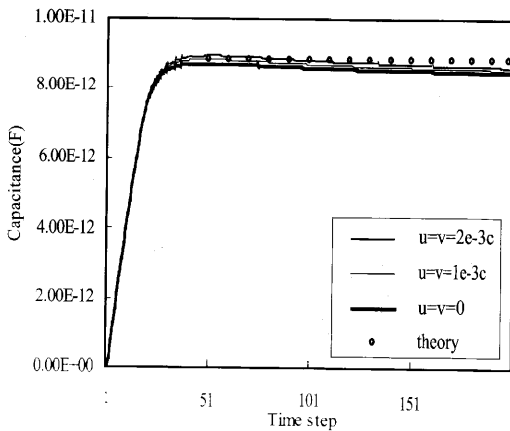


図6 $t=20$ time-step から $t=60$ time-step まで両電極を近づく方向へ動かした場合の各速度に対する過渡的な静電容量

Fig. 6 Time dependence of transient capacitance for each velocity, where plates approach each other from $t=20$ time-step to $t=60$ time-step.

容量の関係を求めることができ、その過渡の様子を明らかにすることができた。

次に、両電極を x 軸に沿って遠ざかる方向へ等速度で運動させた場合の静電容量と時間の関係を図5に示す。この図では、横軸は時間ステップを縦軸は静電容量を示し、 $u = v = 0$ から $u = v = 8 \times 10^{-3}c$ までの各速度で動かした場合の過渡的な静電容量と時間の関係を表している。比較のため $u = v = 0$ の静止状態の

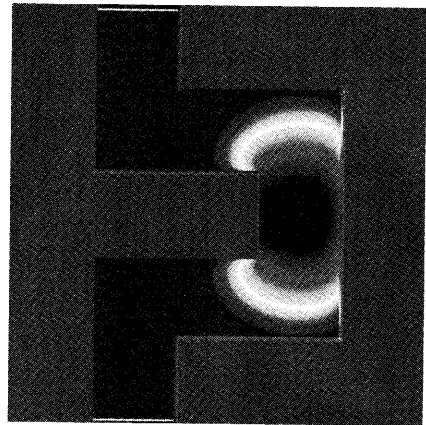


図7 両電極が静止している場合の $t=1200$ time-step での電界パターン

Fig. 7 Filed plot for capacitor after 1200 time-step : stationary case.

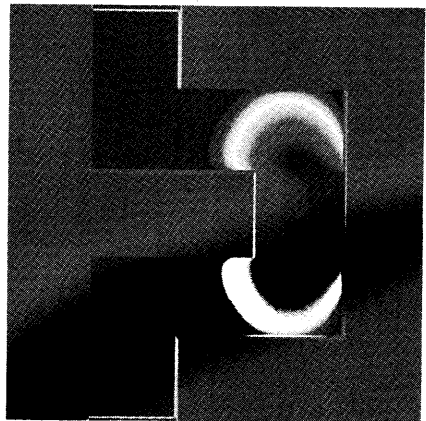


図8 $t=0$ time-step から $t=1200$ time-step まで、速度 $v = u = 5 \times 10^{-3}c$ で両電極を遠ざけた場合の電界パターン

Fig. 8 Field plot for capacitor when plates move away from each other from $t=0$ time-step to $t=1200$ time-step in the velocity $v = u = 5 \times 10^{-3}c$.

場合も示したが、この値は理論値とほぼ一致している。この図より、運動速度が速くなるにつれ、静電容量の値が減少している様子がわかる。また、可動速度が速くなるにつれて、両電極を停止した後、定常状態に戻るまでに時間がかかる様子を示すことができた。このように過渡的な現象がより顕著に現れていることが分かる。図6は、定常状態から2枚の電極を互いに近づく方向へ、 $u = v = 0$ から $u = v = 2 \times 10^{-3}c$ までの各速度で動かした場合の過渡的な静電容量と時間ステップの関係を示す。比較のため $u = v = 0$ の静止状